



古稀回首 ——简单的方法 过望的引用

2015 年年初, 汤涛教授介绍我到南方科技大学工作。申报程序要求写一个自我介绍, 说说自己的研究工作。事成之后看看, 感觉写得还好。添上前言后语, 就成了这篇“吹牛也有了借口”的文字材料。

三十年的数学职业生涯中, 与一些朋友和学生合作, 我在最优化领域的投影收缩算法、交替方向法、多块分裂算法以及变分不等式框架下的松弛邻近点算法等方面, 做了一些“工匠”性质的工作。取得这些成果, 靠的是中学的数学基础、必要的社会实践、普通的大学数学和基本的优化常识。出人意料的是, 这些工作在近十年得到了不同学科的一些著名学者引用。我年近古稀, 收集这些资料, 犹当酿一壶小酒, 供自己余生斟饮。友人路过, 读完就知道我大概做了些什么。

一. 投影收缩算法: 投影收缩算法方面发表的论文, 得到了包括 UC Berkeley 计算机系 Michael I. Jordan 教授 (Jordan 教授是机器学习界最有影响的美国科学院和工程院院士, 2018 年世界数学家大会一小时邀请被告人) 在内的学者引用。我们的一些相当细致的计算法则被他们借鉴, 相关的定理被写进他们论文的附录。国内, 除了中科院岩土所的科技工作者将投影收缩算法成功用于许多岩土工程问题的求解以外, 这类方法也被成功应用到机器人的实时控制、电力系统以及航空航天领域的结构问题求解。这些相关学科的科研人员, 本来跟我素未谋面, 他们用我们的方法解决了一些长期困扰他们的问题, 消息都有主动向我通报。

二. 交替方向法: “分解降低难度, 整合把握方向”是我设计优化算法的主导思想。在收缩算法框架下研究交替方向法是我们从 1997 年就开始的一个主要课题。交替方向法近 10 年来成为信息科学、机器学习中一个非常有用的热门工具。我们在 2000 年文章中关于交替方向法中参数选择的调比准则, 被 Stanford 大学 S. Boyd 教授 (Boyd 教授是美国工程院院士, 2006 年世界数学家大会邀请报告人, 2017 年当选为中国工程院外籍院士) 在 2010 年的一篇综述文章中称为一个简单而有效的公式 (A simple scheme that often works well), 对我们的分析依据也作了简要介绍。他们近年开发的凸优化求解器 SnapVX 的说明文章中也注明参考了我们的调比法则。近年来, 我们关于交替方向法收敛速率的文章, 分别发表在 SIAM Numer. Anal., 和 Numer. Mathematik 等有较大影响的数学期刊上, 被广泛引用。其中 2012 年发表在 SIAM Numer. Anal. 上的文章, 目前还是该刊被

年下载最多的 20 篇论文中排名前 10, 在中国科学院文献情报中心于 2017 年公布的 (2012-2016) 10 篇《中国数学领域热点论文》中排名第一。

三. 多块可分离凸优化问题的分裂算法: 交替方向法处理的是可分离成两块和优化问题。对多于两块的可分离优化问题, 交替方向法的直接推广不能保证收敛。为求解多个可分离块的问题, 我们提出了一个收敛方法的统一框架, 有关方法分别发表在 SIAM Optim. 和 IMA Numer. Anal. 等刊物。其中有的方法已经被 UCLA 数学系 S. Osher 教授 (Osher 是美国工程院院士, 2010 年世界数学家大会一小时邀请报告人, 2014 年世界数学家大会高斯奖得主) 和他的合作者用在非负矩阵分解和降维问题上 (The method proposed by He, Tao and Yuan is appropriate for this application)。文章花整整一页的篇幅介绍如何将我们的方法用来求解他们的具体问题。

四. 变分不等式框架下的松弛邻近点 (PPA) 算法: 多年来我们一直在变分不等式框架下研究和构造算法, 这种做法在处理大型结构性优化问题时的优越性, 近年得到越来越多的学者认可。我们 2012 年在 SIAM J. Imaging Science 发表的文章, 初稿就被一些欧美学者在他们最新的论文中引用。A. Chambolle (Chambolle 是在图像学领域很有影响的学者) 和 T. Pock 的文章中说到, He & Yuan 的 PPA 形式, 极大地简化了收敛性分析 (which greatly simplified the convergence analysis), 称之为一个 elegant interpretation。此外, Princeton University, Caltech 等美国名校都有青年学者关注我们的工作, 采用我们提出的变分不等式框架处理问题。S. Becker (E. Candès 的学生) 在一篇短文中第一句就说 Recent works such as [HY12] have proposed a very simple yet powerful technique for analyzing optimization methods, 指的是我和袁晓明 2012 年发表在 SIAM J. Imaging Science 的工作。

最优化是一门接地气的应用学科。对最优化方法研究, 我们一贯追求简单与统一。简单, 他人才会看懂使用; 统一, 自己才有美的享受。我的职业生涯, 起步虽然晚, 运气还不错。从事了自己感兴趣的工作, 找了个适合自己能力、又能打发一生的题目。扬长避短, 日子才过的既不疲惫, 又不无聊。写了些文章, 除了自娱自乐, 晚年还亲见被名家说好, 虽不尽起眼, 我还津津乐道。年纪一把, 咱还像幼儿园小朋友得了朵小红花那样到处炫耀, 别人理解不了, 有时连自己也觉得可笑。又想, 管他呢, 我只求自己晚年快乐, 开开心心就好。

注: 本文 2015 年秋写成, 2019 年秋根据最近几年的材料做了少量补充。增加了斯坦福大学 S. Boyd 教授 2017 年当选为中国工程院外籍院士, 加州 Berkeley 大学 M. Jordan 教授在 2018 年世界数学家大会做一小时邀请报告, 以及逐步发现的我们的成果被进一步推广应用等方面的内容。