

大学数学（理二）期中试卷 2004.11.13

姓名\_\_\_\_\_ 系别\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_

一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分

一. 简答题和填空题(每小题4分)

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n-2}}{\sqrt{n+2} - \sqrt{n-1}} = \underline{\hspace{2cm}}$ . 简要过程:

2. 当  $x \rightarrow 1$  时, 无穷小  $\frac{(1-x)^2 \tan x}{1 - \sqrt{\sin x}}$  对于无穷小  $(x-1)$  的阶数为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

简要理由:

3. 设  $\begin{cases} x = e^{2t} \\ y = t - e^{-t} \end{cases}$  则  $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $\frac{d^2y}{dx^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

4. 设函数  $y = y(x)$  由方程  $y^2 + \ln y^2 = x^6$  所确定, 则  $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

简要过程:

5.  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cot x - \frac{1}{x}) = \underline{\hspace{2cm}}$ . 简要过程:

6. 设曲线  $y = \ln(x^2 + 1)$ , 则  $y' = \underline{\hspace{2cm}}$   $y'' = \underline{\hspace{2cm}}$ ,

曲线的全部拐点为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

7. 曲线  $y = \frac{x^3 + 2}{(x+1)^2}$  的全部渐近线为  $\underline{\hspace{2cm}}$ . 简要过程:

8. 已知  $F(x)$  是  $e^{x^2}$  的一个原函数, 则  $dF(\sin x) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

简要过程:

二. (6分) 用  $\varepsilon - \delta$  语言证明  $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin \frac{2}{x} = 0$ .

三. (6分) 设  $f(x) = e^{-\frac{1}{x^2}}$ , 试指出该函数的间断点, 并判别间断点的类型; 若有可去间断点, 则补充定义函数使之在该点连续.

四. (10分) 设  $f(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{x^2 2^{n(x-1)} + ax + b}{2^{n(x-1)} + 1}$  ( $a, b$  为常数),

(1) 求函数  $f(x)$  的分段表达式; (2) 确定常数  $a, b$  的值使  $f(x)$  成为处处可导函数.

- 五. (10分) (1) 求函数  $y = 12x^5 + 15x^4 - 40x^3 + 4$  的单调区间和极值 (结果用列表给出);  
(2) 证明方程  $12x^5 + 15x^4 - 40x^3 + 4 = 0$  恰有三个实根.

六. (10分) 证明, 对  $x > 1$  有  $e^{1-x} \ln(1+x) < xe^{1-x} < 1$ .

七. 填空(6分): 设  $f(x) = \sqrt{1+x^2}$ , 则  $f'(x) =$  \_\_\_\_\_,  $f''(x) =$  \_\_\_\_\_,

$f'''(x) =$  \_\_\_\_\_,  $f(x)$  的二阶马克劳林展式为 \_\_\_\_\_.

八. (10分) 已知  $f'(\sin x) = 1 + x$ , 求  $f(x)$ ,  $x \in (-1, 1)$ .

九. (10分) 已知  $f(x)$  是  $\frac{\sin x}{e + \cos x}$  的一个原函数,  $f(\frac{\pi}{2}) = -1$ , 求  $\int f(x)f'(x)dx$ .