# 大学数学I（理二）期中试卷　2005.11.12

姓名____________ 系别____________ 学号______________

| 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 总分 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | |

**一.** 填空题(每小题4分)

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+\sin^2 x)\sin 2x}{\tan x^3}=$ __________.

2. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{a^x+b^x}{2}\right)^{\frac{1}{x}}=$ __________.

3. $\left(\dfrac{x^2+x-5}{x^2+x-6}\right)^{(n)}=$ ____________________.

4. 设 $\begin{cases} x=t^2 \\ y=\sin t^2 \end{cases}$，则 $\dfrac{dy}{dx}=$ ________________，$\dfrac{d^2y}{dx^2}=$ ________________.

5. 设隐函数 $y(x)$ 由 $ye^y=e^{x+1}$ 确定, 则 $dy\big|_{(0,1)}=$ __________.

6. 函数 $f(x)=\sqrt[3]{x}$ 在点 $x_0=1$ 处的二阶泰勒展式（带拉格朗日余项）为

________________________________________.

7. 曲线 $y=\dfrac{x^2-x+1}{x+1}$ 的全部渐近线为________________.

8. 设 $x\to 0$ 时，$(1+ax^2)^{\frac{1}{6}}-1$ 与 $\cos x-1$为等价无穷小，则 $a=$ _____.

9. $\displaystyle\int\frac{1}{\sqrt{x^2+2x+3}}dx=$ ____________________.

10. $\displaystyle\int\frac{x^a}{x^{a+1}+1}dx=$ ____________________ $(a\neq -1)$.



**二、**（6分）用 “$\varepsilon-N$” 定义证明 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{4n^2+n+1}{5n(n+1)}=\dfrac{4}{5}$.

**三、**（6分）求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}2n\left(\dfrac{1}{n^2+e}+\dfrac{1}{n^2+2e}+\cdots+\dfrac{1}{n^2+ne}\right)$.

**四、**（8分）找出函数 $f(x)=\dfrac{x^2-x}{x^2-1}$ 的间断点, 并判别间断点的类型.

**五、**（8分）设函数 $f(x)=\begin{cases}\sqrt{2}\sin x, & x\le\frac{\pi}{4}\\ ax+b, & x>\frac{\pi}{4}\end{cases}$ 处处可导，试确定常数 $a$，$b$.

**六、**（8分）证明: 当 $x>0$ 时，有 $\ln(ex)\le 1+\dfrac{x}{e}$.



**七、**（8分）设 $f(x)$ 有原函数 $\dfrac{e^x}{x}$, 求 $\int xf'(x)dx$.

**八、**（16分）讨论函数 $f(x)=-\dfrac{2}{3}\ln x-\dfrac{1}{6}x^2+x$ 的单调和凹凸区间、极值和拐点（结果用列表表示），并绘出其图形.